

Tutorato di AM1b topologia

Fabrizio Fanelli

Dire se i seguenti insiemi sono aperti , chiusi o nessuna delle due :

$$A = \{x \in \mathbb{R} : 1 < |x - 2| < 3\}$$

$A = (-1, 1) \cup (3, 5) \Rightarrow A$ è aperto poiché unione di 2 intervalli aperti .

$$B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 3x + 1 = 0\}$$

$$B = \left\{ \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2} \right\} \Rightarrow B \text{ è chiuso poiché unione di 2 chiusi (i punti sono chiusi)}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} : (x - 2)^2 \neq 0\} .$$

$C = \mathbb{R} \setminus 2 \Rightarrow C$ è aperto , perché è complementare di un chiuso (2) .

Trovare i punti di accumulazione dei seguenti insiemi :

$$D = \{(1, 2)\}$$

$[1, 2]$.

$$E = \{(1, 2) \cup \{3\}\}$$

$[1, 2]$, 3 è isolato (es. se prendo $\epsilon = 1/2 \Rightarrow$ a parte 3 \nexists nessun punto $\in E$ appartenente a $(3 - 1/2, 3 + 1/2)$) .

$$F = \left\{ 1, 2, 3, \frac{10}{3}, \frac{20}{3}, 15 \right\}$$

F non ha punti di accumulazione : sono tutti isolati (es. $\epsilon = 1/6$).

$$G = \left\{ \frac{n-1}{n}, n \in \mathbb{N} \right\} .$$

1 è un punto di accumulazione (per dimostrarlo riguardate la soluzione dell'esercizio su sup e inf per lo stesso insieme) ed è anche l'unico , infatti tutti gli altri punti sono isolati (es. dato $1/n$ scelgo $\epsilon = 1/(n^2 + n)$) .