Soluzioni e Suggerimenti del Tutorato di AM1b inf e sup

Fabrizio Fanelli

Calcolare l'estremo superiore ed inferiore dei seguenti insieme e dire se sono massimi o minimi

$A = \left\{ \frac{n-1}{n} \ , \ n \in \mathbb{N} \right\}$

Osservo che $0 \leq \frac{n-1}{n} < 1$, $0 \in A \Rightarrow 0 = infA = minA$, provo a verificare che 1 é il sup. :

$\forall \epsilon > 0$ cerco $a \in A$ tale che $1 - \epsilon < a \Leftrightarrow \exists n$ tale che $1 - \epsilon < 1 - 1/n \Leftrightarrow \exists n$ tale che $n > 1/\epsilon$ e tale n esiste per la propriet archimedea di $\mathbb{N}$. Poiché $1 \notin$A allora A non ha massimo.

$B = \left\{ \frac{3n+2}{n} \ , \ n \in \mathbb{N} \right\}$

In maniera analoga all'esercizio precedente si dimostra che $5 = supB = maxB$ e $3 = infB$, Ma B non ha minimo.

$C = \left\{ \frac{2x}{x^2+1} \ , \ x \in \mathbb{R} \right\}$

Poiché $-1 \leq \frac{2x}{x^2+1} \leq 1$ e per $x = \pm 1$ i valori ± 1 sono assunti , allora $-1 = minC = infC$, $1 = maxC = supC$.

$D = \{4 < x^2 \leq 9 \ , \ x \in \mathbb{Q}\}$

Scrivendo in maniera pi esplicita l'insieme D : $\{[-3, -2) \cup (2, 3]\} \cap \mathbb{Q}$ si vede subito che $-3 = minD = infD$ e $3 = maxD = supD$.

$E = \{x^2 \leq 2 \ , \ x \in \mathbb{Q}\}$

Scrivendo in maniera piú esplicita l'insieme E : $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}] \cap \mathbb{Q}$ si vede subito che $-\sqrt{2} = infE$ e $\sqrt{2} = supE$. (ricorda che $\pm\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$)