

**Università degli Studi Roma Tre**  
**Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2001/2002**  
**ALGEBRA 2 - Gruppi e Anelli**  
**Lavoro guidato (a cura di Giampaolo Picozza)**  
Giovedì 27 Settembre

1. Sia  $D_n$  il gruppo dei movimenti rigidi di un poligono regolare di  $n$  lati. Determinare il numero degli elementi di  $D_n$ .
2. Scrivere gli elementi di  $D_3$  come permutazioni dei vertici di un triangolo equilatero. Verificare che  $D_3$  è isomorfo ad  $S_3$ .
3. Dimostrare che  $D_n$  è generato dalla rotazione  $r$  di  $\frac{2\pi}{n}$  ed una qualsiasi riflessione  $s$  e che ogni elemento di  $D_n$  si può scrivere come  $r^k s^h$ , dove  $k = 0, 1, \dots, n - 1$  e  $s = 0, 1$ .
4. Dimostrare che in  $D_n$  vale la relazione  $r^k s = s r^{n-k}$  ( $r$  e  $s$  come nell'esercizio precedente).
5. Dimostrare che il prodotto di due riflessioni è una rotazione.
6. Scrivere gli elementi di  $D_4$ , sia come permutazioni dei vertici di un quadrato che come indicato nel punto 3. Trovare tutti i sottogruppi di  $D_4$ .
7. Calcolare le classi laterali destre e sinistre di tutti i sottogruppi di  $D_4$ .