

**Università degli Studi Roma Tre**  
**Corso di Laurea Triennale in Matematica, a.a. 2001/2002**  
**AL1 - Algebra 1, fondamentali**

**Tutorato**

Mercoledì 28 novembre

1. Sia  $n$  un numero naturale positivo e  $\varphi(n)$  l'indicatore di Eulero.

1. Provare che se  $n \geq 3$ , allora  $\varphi(n)$  è pari.

2. Trovare sei soluzioni dell'equazione  $\varphi(x) = 12$ .

3. Provare che l'equazione  $\varphi(x) = 14$  non ammette soluzioni.

2. Risolvere il seguente sistema di congruenze lineari:

$$\begin{cases} 7X \equiv 2 \pmod{13} \\ 2X \equiv 1 \pmod{3} \\ 3X \equiv 4 \pmod{5} \end{cases}$$

e determinare la più piccola soluzione positiva.

3. Si consideri il seguente sistema di congruenze lineari:

$$\begin{cases} 3X \equiv 9 \pmod{12} \\ 4X \equiv 8 \pmod{10} \end{cases}$$

1. Descrivere l'insieme dei numeri interi che sono soluzioni del sistema.

2. Sia  $a$  una soluzione del sistema  $(\text{mod } 20)$ . Verificare che  $[a]_{20} \in U(\mathbb{Z}_{20})$ .

3. Determinare il periodo di  $[a]_{20}$  come elemento del gruppo moltiplicativo  $U(\mathbb{Z}_{20})$ .

4. Trovare il più piccolo intero  $a > 2$  tale che

$$2|a, 3|a+1, 4|a+2, 5|a+3, 6|a+4.$$