

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea Triennale in Matematica, a.a. 2001/2002
AL1 - Algebra 1, fondamentali
Tutorato
Martedì 27 Novembre

1. Provare che, per ogni n dispari

$$\sum_{k=1}^{n-1} k \equiv 0 \pmod{n}.$$

2. Provare che:

$$\sum_{k=1}^6 k^2 \equiv 0 \pmod{7}.$$

È vera per qualsiasi $(\text{mod } n)$, con n dispari? Oppure quali sono le condizioni su n affinché valga?

3. Determinare tutte le eventuali soluzioni delle seguenti congruenze:

1. $18X \equiv 0 \pmod{42}$;
2. $6X \equiv 7 \pmod{23}$;
3. $5X \equiv 3 \pmod{24}$;
4. $15X \equiv 9 \pmod{25}$;
5. $243X \equiv 713 \pmod{7007}$.

4. Provare che per ogni a intero:

$$a^7 \equiv a \pmod{42}.$$

5. Risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} 5X \equiv 2 \pmod{7} \\ 6X \equiv 0 \pmod{9} \\ 4X \equiv 2 \pmod{11}. \end{cases}$$