MA410 Matematica Applicata e Industriale
A.A. 2011/2012

Prof. Renato Spigler

1. Teoria matematica della propagazione ondosa: generalità

Fenomeni ondosi. Rappresentazione matematica delle onde. onde viaggianti (Traveling Waves) e Onde Stazionarie (Standing Waves). Cenni alle equazioni di Korteweg-de Vries e di Sine-Gordon.

2. L'equazione delle onde

Soluzione di D'Alembert. Vibrazione di una corda semi-infinita. Caratteristiche. dominio di dipendenza e campo di influenza.

3. Onde stazionarie

Onde stazionarie, loro sovrapposizione e corde di lunghezza finita. Modi di vibrazione e frequenze naturali di vibrazione. Metodo di Fourier.

4. Onde nelle leggi di conservazione

Derivazione di una "legge di conservazione" scalare generale ed equazioni costitutive. Esempi di reattori chimici e di traffico automobilistico. Il metodo delle caratteristiche.

5. onde di shock e onde di rarefazione

Catastrofe del gradiente e "breaking time". Soluzioni regolari a tratti, onde shock. Esempi. Metodo di viscosità. Cenno all'idea di "soluzioni deboli".

6. Trattamento numerico di certe equazioni alle derivate parziali: generalità

Questa parte va vista in supporto alla precedente: si pensa in particolare al trattamento numerico di equazioni con soluzione di tipo ondoso. Vari tipi di differenze finite. Generalità sulla discretizzazione di equazioni differenziali.

Equazioni paraboliche in una dimensione: metodi esplicit e impliciti, in paricolare metodo di Crank-Nicolson. Loro stabilità (criterio di von Neumann), convergenza e accuratezza.

Metodi espliciti e impliciti, in paricolare metodo di Crank-Nicolson per equazioni paraboliche in una dimensione. Stabilità (criterio di von Neumann), convergenza e accuratezza di tali metodi. L'algoritmo di Thomas per la risoluzione efficiente di sistemi lineari tridiagonali. Cenno al principio di massimo discreto. Osservazioni su condizioni al contorno più generali di quelle considerate in precedenza, su equazioni lineari più generali, e su equazioni non lineari. Caso della singolarità dovuta a coordinate polari.

Metodo ADI (Alternating Direction Implicit method) per equazioni paraboliche in due dimensioni. Sua stabilità e costo computazionale. Sua accuratezza. Caso di dominio con frontiera in parte o tutta curvilinea.

Soprattutto caso scalare. Schemi "upwind" e condizione CFL (da Courant, Friedrichs e Lewy), in genere necessaria, ma non sufficiente, per la stabilità di schemi espliciti. Suo errore, convergenza e accuratezza. Lo schema di Lax-Wendroff e sua minore dissipatività rispetto all'upwind. Il "box scheme", come metodo implicito non dissipativo. Considerazioni sull'errore commesso su modulo e fase dai vari schemi di approssimazione. Cenno rapido e superficiale al metodo "leap-frog" (unstagered e staggered).

Testi consigliati

[1] Roger Knobel, *An Introduction to the Mathematical Theory of Waves*. American Mathematical Society, (2000).

[2] K.W. MOrton and D.F. Mayers, *Numerical Solution of Partial Differential Equations*. Cambridge University Press, (2005).

Modalità d'esame

- valutazione in itinere ("esoneri")		☐ SI	■ NO
- esame finale	scritto	■ SI	☐ NO
	orale	☐ SI	■ NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		■ SI	☐ NO

L'esame consiste in una tesina, in cui si studia un problema assegnato dal Docente. Il problema è inerente al Corso o strettamente collegato agli argomenti svolti. Un parte consistente del lavoro è di regola a carattere numerico-computazionale. La tesina può essere fatta da ogni singolo studente o anche da un piccolo gruppo di 2 o 3 studenti in collaborazione. L'esame consiste nella presentazione e discussione del lavoro, che sarà consegnato l Docente sia in forma cartacea che elettronica (inclusiva dei programmi di calcolo messi a punto).