

FM410 Fisica Matematica 3

A.A. 2010/2011

Guido Gentile

Meccanica analitica

1. Vincoli

Vincoli. Vincoli olonomi indipendenti e regolari. Superficie di vincolo. Traiettorie virtuali. Principio di d'Alembert. Forze vincolari. Sistemi rigidi. Operatore d'inerzia. Equazioni cardinali della dinamica dei sistemi rigidi: traiettorie virtuali per sistemi rigidi e applicazione del principio di d'Alembert ai sistemi rigidi. Moto di rotolamento senza strisciamento. Vincoli anolonomi integrabili e vincoli propriamente anolonomi.

2. Meccanica lagrangiana

Sistemi lagrangiani. Equazioni di Eulero-Lagrange. Primo principio variazionale di Hamilton (principio di minima azione): equivalenza tra equazioni di Newton ed equazioni di Eulero-Lagrange. Problemi di esistenza e unicità per problemi con condizioni al contorno. Coordinate generalizzate e lagrangiana vincolata: equivalenza tra equazioni di Newton supplementate dal principio di d'Alembert ed equazioni di Eulero-Lagrange per sistemi vincolati. Calcolo delle forze vincolari. Pendolo semplice, pendolo doppio e pendolo con punto di sospensione oscillante.

3. Studio dei sistemi lagrangiani

Sistemi indipendenti dal tempo. Configurazioni d'equilibrio e studio della loro stabilità. Teorema di Dirichlet. Energia potenziale centrifuga in sistemi rotanti. Variabili cicliche e momenti conservati. Metodo di Routh e lagrangiana ridotta. Applicazione al problema dei due corpi.

4. Simmetrie e costanti del moto

Gruppi a un parametro di diffeomorfismi e loro campi vettoriali e momenti associati. Trasformazioni di coordinate e loro sollevamenti. Richiami sul teorema della scatola di flusso. Prodotto di Lie di campi vettoriali. Commutatività di campi vettoriali e di gruppi a un parametro. Teorema: due gruppi a un parametro commutano se e solo se commutano i campi vettoriali associati. Teorema di Frobenius. Gruppi di simmetrie. Teorema di Noether. Sistemi invarianti per traslazioni e sistemi invarianti per rotazioni.

5. Teoria delle piccole oscillazioni

Linearizzazione. Lagrangiana quadratica. Piccole oscillazioni e oscillazioni proprie. Frequenze normali ed equazione caratteristica. Pendoli identici accoppiati. Battimenti. Pendoli accoppiati con masse e lunghezze diverse. Piccole oscillazioni per sistemi vincolati. Relazioni tra le frequenze proprie di un sistema lagrangiano vincolato e le frequenze del sistema senza vincoli: teorema di Rayleigh-Courant-Fisher.

6. Meccanica hamiltoniana

Spazio delle fasi. Trasformata di Legendre. Hamiltoniana ed equazioni di Hamilton. Secondo principio variazionale di Hamilton. Campo vettoriale hamiltoniano. Campi a divergenza nulla. Teorema di Liouville. Teorema del ritorno di Poincaré.

7. Trasformazioni canoniche

Trasformazioni di coordinate nello spazio delle fasi. Matrici simplettiche. Determinante delle matrici simplettiche. Trasformazioni che conservano la struttura canonica. Trasformazioni canoniche e trasformazioni simplettiche. Trasformazioni indipendenti e dipendenti dal tempo. Parentesi di Poisson e loro proprietà: bilinearità, antisimmetricità e identità di Jacobi. Parentesi di Poisson fondamentali e integrali primi. Caratterizzazione delle trasformazioni canoniche in termini delle parentesi di Poisson. Richiami sulle forme differenziali e sul teorema di Stokes. Matrici antisimmetriche non singolari e direzione di rotore. Invariante integrale di Poincaré-Cartan. Differenziale a tempo bloccato. Condizione di Lie.

8. Funzioni generatrici e metodo di Hamilton-Jacobi

Funzioni generatrici indipendenti e dipendenti dal tempo. Funzioni generatrici di prima e seconda specie. Funzione generatrice dell'identità. Estensione di un cambiamento di coordinate a una trasformazione simplettica nello spazio delle fasi. Equazione di Hamilton-Jacobi. Integrale generale e integrale completo. Funzione principale di Hamilton. Funzione caratteristica di Hamilton. Sistemi unidimensionali e problemi di non località. Sistemi separabili.

9. Variabili azione-angolo

Variabili azione-angolo. Sistemi unidimensionali. Sistemi a più dimensioni: teorema di Liouville-Arnold. Caso dei sistemi separabili. Dimostrazione del teorema di Liouville-Arnold per sistemi separabili. Dimostrazione del teorema di Liouville-Arnold nel caso generale. Sistemi integrabili. Integrabilità del problema dei due corpi.

10. Cenni di teoria delle perturbazioni

Tori invarianti. Vettori diofantei. Sistemi quasi-integrabili. Equazione di Hamilton-Jacobi e serie perturbative. Teoria perturbativa al primo ordine ed equazione omologica. Problemi di convergenza delle serie in dimensione qualsiasi. Serie di Birkhoff per i sistemi isocroni. Divergenza delle serie di Birkhoff. Teoria perturbativa al primo ordine per sistemi anisocroni. Enunciato del teorema KAM.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] G. DELL'ANTONIO, *Elementi di Meccanica*. Liguori Editore, (1996).
- [2] A. FASANO & S. MARMI, *Meccanica analitica*. Bollati Boringhieri, (1994).
- [3] G. GENTILE, Introduzione ai sistemi dinamici. 1. Equazioni differenziali ordinarie, analisi qualitativa e alcune applicazioni.
Disponibile in rete: <http://www.mat.uniroma3.it>, (2006).
- [4] G. GENTILE, Introduzione ai sistemi dinamici. 2. Meccanica lagrangiana e hamiltoniana. Disponibile in rete: <http://www.mat.uniroma3.it>, (2006).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [5] V.I. ARNOL'D, *Metodi Matematici della Meccanica Classica*. Editori Riuniti, (1979).
- [6] L. BENFATTO, R. RAIMONDI, E. SCOPPOLA, *Meccanica hamiltoniana*. Disponibile in rete: <http://www.mat.uniroma3.it>,
- [7] G. GALLAVOTTI, *Meccanica Elementare*. Bollati-Boringhieri, (1980).
- [8] L.D. LANDAU & E.M. LIFSHITZ, *Meccanica*. Editori Riuniti, (1976).
- [9] T. LEVI-CIVITA & U. AMALDI, *Lezioni di Meccanica Elementare*. Zanichelli, (1947).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO

L'esame consiste in un colloquio orale, in cui si presentano e discutono argomenti del programma ed esercizi svolti durante lo svolgimento del corso.