

FM2 Equazioni differenziali della Fisica Matematica

A.A. 2007/2008

Enza Orlandi

1. Teoria ed Applicazioni delle equazioni lineari e quasi lineari del primo ordine.

Equazioni lineari e quasi lineari del primo ordine, metodi di soluzione. Esempi. Il problema ai valori iniziali per equazioni lineari e quasi lineari del primo ordine. Esistenza ed unicità delle soluzioni. Esempi di non esistenza e non unicità. Sviluppo di “shocks”. Leggi di conservazioni. Analisi di un modello di Traffico al semaforo.

Bibliografia: Capitolo 4 della referenza [1]. Capitolo 3 di [5]. Ottimo riferimento anche [4].

2. L'equazione del calore.

Derivazione euristica dell'equazione del calore. Legge di Fourier. Invarianza rispetto a cambi di variabili. Problemi ben posti. Problema di Cauchy in R^d omogeneo e non omogeneo. Soluzione fondamentale: nucleo del calore. Unicità, dipendenza continua dai dati iniziali, regolarità della soluzione. (Dimostrazione presa da [3], pagina 47-51, (sono state date fotocopie a lezione)). Teorema della divergenza e identità di Green (vedi pag 626-628 di [3]). Serie di Fourier e teoremi fondamentali. (Le serie di Fourier possono essere viste o su [2], pagina 206-221, oppure su [6]). Principio di massimo e minimo e sue conseguenze. Soluzione di problemi con dati iniziali non omogenei in intervalli, rettangoli, dischi con differenti condizioni al bordo, con termini forzanti, (separazioni di variabili). In domini non limitati si sono discussi esempi in una semiretta con condizioni nell'origine sia di Dirichelet sia di Neumann.

Bibliografia: Capitolo 2 di [1], da Sezione 1, paragrafo 1.1 a paragrafo 3.4. Sezione 8. Per alcuni argomenti si consiglia [3].

3. Equazione di Laplace.

Funzioni armoniche elementari, invarianza rispetto a cambi di variabili. Teorema del valor medio. Proprietà di massimo e minimo. Regolarità delle funzioni armoniche. Teorema di Liouville. Disuguaglianza di Harnack.

Equazione di Laplace in un dominio limitato con condizioni al bordo. Esistenza, unicità, dipendenza continua dai dati iniziali.

Un teorema di rappresentazione per funzioni “regolari” e sue conseguenze.

La funzione di Green. Soluzione del problema di Dirichlet tramite la funzione di Green.

Il problema di Dirichlet in domini non limitati.

Soluzione del problema di Neumann con funzione di Green.

Risoluzione dell'equazione di Laplace su intervalli, rettangoli, dischi con differenti condizioni al bordo con o senza termini forzanti.

Bibliografia: Capitolo 3 di [1]. Sezione 1e 2. Sezione 3, paragrafi 3.2, 3.3, 3.4 e 3.5. Sezione 4, paragrafi 4.1, 4.2 e 4.3. Si può anche consultare Capitolo VII della referenza [2].

4. L'equazione delle onde.

Derivazione euristica dell'equazione delle onde da un modello meccanico. Onde piane e sferiche. Il problema ai valori iniziali.

Il metodo dell'energia. Unicità del problema ai valori iniziali, dominio di dipendenza e di influenza, formule di Kirchoff, di Poisson e di D'Alembert.

Principio di Huygens.

Propagazione delle onde in regioni con frontiera . Unicità della soluzione del problema al contorno e ai valori iniziali. Riflessioni di onde. Vibrazioni in regioni finite, metodo per separazione di variabili.

Soluzione per separazione di variabili di equazione in $d = 1$ con o senza termine forzante in intervalli limitati con differenti condizioni al bordo. Soluzione in $d = 1$ in semirette con condizioni di Dirichlet o Neumann in $x = 0$.

Bibliografia: Capitolo 5 della referenza [1], paragrafo 2.1, 2.2. Sezione 3. Sezione 4. Sezione 6. sezione 6.1 e 6.2. Sezione 8, paragrafi 8.1, 8.2 e 8.3.

5. Classificazione e forma canonica delle equazioni del secondo ordine.

Equazioni lineari del secondo ordine, classificazione, caratteristiche. Esempi di curve e superfici caratteristiche.

Bibliografia: Capitolo 5 di [1], paragrafo 5.1 e 5.2.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] S. SALSA, *Equazioni a Derivate Parziali*. Springer Verlag-Italia, (2004).
- [2] E.C. ZACHMANOGLU, D.W. THOE, *Introduction to Partial Differential Equations with Applications*. Dover, Inc., New York, (1986).
- [3] EVANS, *Partial Differential Equations*. AMS, (1998).
- [4] F. JOHN, *Partial Differential Equations*. Springer Verlag, (1975).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

Per esempi ed esercizi si consiglia

- [5] S. SALSA E G. VERZINI, *Equazioni alle derivate parziali (complementi ed esercizi)*. Springer Verlag-Italia, (2005).
- [6] H. F. WEINBERGER, *A First course in Partial Differential Equations*. Blaisdell Publishing Company, (1965).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto <input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale <input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO