

CP2 Calcolo delle Probabilità

A.A. 2007/2008

Prof. Fabio Martinelli

1. Probabilità.

Un esempio introduttivo: il processo di ramificazione. Introduzione alla teoria della misura. Spazi di misura. Eventi. Lemmi di estensione e unicità della misura. Misure di probabilità. Lemma di Borel–Cantelli 1. Variabili aleatorie. Misurabilità. Legge e funzione di distribuzione di una variabile aleatoria. Indipendenza. Lemma di Borel–Cantelli 2. Legge 0–1 per variabili aleatorie indipendenti.

2. Aspettazione. Cenni sulla teoria dell'integrazione. Aspettazione di variabili aleatorie. Teoremi di passaggio al limite. Disuguaglianza di Jensen e di Schwarz. Disuguaglianza di Markov. Esempi di legge debole e legge forte dei grandi numeri. Spazi di misura prodotto. Teorema di Fubini. Leggi congiunte.

3. Aspettazione condizionata e martingale. Aspettazione condizionata rispetto a una sotto σ -algebra. Teorema di Kolmogorov su esistenza e unicità dell'aspettazione condizionata. Densità di probabilità condizionata. Filtrazioni. Processi stocastici a tempo discreto. Martingale. Gambilng. Tempi d'arresto. Teorema di Doob sullo "optional stopping". Applicazioni al calcolo del valor medio di tempi di arresto. Tempi di uscita da un intervallo per passeggiate aleatorie. Il teorema di convergenza per le martingale

4. Convergenza in distribuzione. Funzioni caratteristiche. Teorema di inversione per funzioni caratteristiche. Convergenza in distribuzione. Teorema di equivalenza tra convergenza in distribuzione e convergenza di funzioni caratteristiche. Teorema centrale del limite. Diversi modi di convergenza per variabili aleatorie (esempi e controesempi).

5. Catene di Markov (solo se ci saranno ore sufficienti). Matrici stocastiche. Catene di Markov con spazio degli stati finito. Classificazione degli stati. Misure invarianti e comportamento asintotico. Teorema ergodico per catene irriducibili.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] D. WILLIAMS, *Probability with martingales*. Cambridge University Press, (1991).
- [2] R. DURRETT, *Probability: Theory and Examples*. Thomson, (2000).
- [3] W. FELLER, *An introduction to probability theory and its applications, vol. 1,2*. Wiley, (1971).
- [4] Y. SINAI, *Probability: an introductory course*. Springer, (1990).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto <input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale <input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO