

# TE1 Teoria delle equazioni e teoria di Galois

A.A. 2006/2007

Prof. Francesco Pappalardi

[http://www.mat.uniroma3.it/users/pappa/CORSI/TE1\\_06\\_07/TE1.htm](http://www.mat.uniroma3.it/users/pappa/CORSI/TE1_06_07/TE1.htm)

**1. Introduzione.** Equazioni di Cardano per la risolubilità delle equazioni di terzo grado, anelli e campi, la caratteristica di un campo, richiami sugli anelli di polinomi, estensioni di campi, costruzione di alcune estensioni di campi, il sottoanello generato da un sottoinsieme, il sottocampo generato da un sottoinsieme, elementi algebrici e trascendenti, campi algebricamente chiusi.

**2. Campi di spezzamento.** Estensioni semplici e mappe tra estensioni semplici, campi di spezzamento, esistenza del campo di spezzamento, unicità a meno di isomorfismi del campo di spezzamento, radici multiple, derivate formali, polinomi separabili e campi perfetti, polinomi minimi e loro caratterizzazioni.

**3. Il Teorema fondamentale della Teoria di Galois.** Gruppo degli automorfismi di un campo, estensioni normali, separabili e di Galois, caratterizzazioni di estensioni separabili, **Teorema fondamentale della corrispondenza di Galois**, esempi, gruppo di Galois di un polinomio, Teorema di Galois sulla risoluzione delle equazioni (solo enunciato), Teorema dell'esistenza dell'elemento primitivo.

**4. Il calcolo del gruppo di Galois.** Gruppi di Galois come sottogruppi di  $S_n$ , sottogruppi transitivi di  $S_n$ , caratterizzazione dell'irriducibilità in termini della transitività, polinomi con gruppi di Galois in  $A_n$ , Teoria dei discriminanti, gruppi di Galois di polinomi di grado minore o uguale a 4, esempi di polinomi con gruppo di Galois  $S_p$ , Teorema di Dedekind (solo enunciato). Applicazioni del Teorema di Dedekind, come costruire un polinomio con gruppo di Galois  $S_n$ .

**5. Campi ciclotomici.** Definizioni, gruppo di Galois, sottocampi reali massimali, sottocampi quadratici, gruppi di Galois, polinomi ciclotomici e loro proprietà, Teorema della teoria inversa di Galois per gruppi abeliani.

**6. Campi Finiti.** Esistenza e unicità dei campi finiti, gruppo di Galois di un campo finito, sottocampi di un campo finito, enumerazione dei polinomi irriducibili su campi finiti. Costruzione della chiusura algebrica di un campo finito con  $p$  elementi.

**7. Costruzioni con riga e compasso.** Definizione di punti del piano costruibili, numeri reali costruibili, caratterizzazione dei punti costruibili in termini di campi, sottocampi costruibili e costruzione di numeri costruibili, duplicazione del cubo, trisezione degli angoli, quadratura del cerchio e Teorema di Gauss per la costruibilità degli poligoni regolari con riga e compasso.

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] J. S. MILNE, *Fields and Galois Theory*. Course Notes, (2002).  
 [2] S. GABELLI, *Teoria delle Equazioni e Teoria di Galois*. Appunti per un corso elementare, (2002).

## BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [3] M. ARTIN, *Algebra*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, (1991).  
 [4] D. DUMMIT AND R. FOOTE, *Abstract algebra*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, (1991).  
 [5] T. W. HUNGERFORD, *Algebra*. Reprint of the 1974 original. Graduate Texts in Mathematics, 73. Springer-Verlag, New York-Berlin, (1980).  
 [6] N. JACOBSON, *Lectures in abstract algebra. III. Theory of fields and Galois theory*. Second corrected printing. Graduate Texts in Mathematics, No. 32. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, (1975).  
 [7] S. LANG, *Algebra*. Revised third edition. Graduate Texts in Mathematics, 211. Springer-Verlag, New York, (2002).  
 [8] J. ROTMAN, *Galois theory*. Universitext. Springer-Verlag, New York, (1998).  
 [9] I. STEWART, *Galois theory*. Second edition. Chapman and Hall, Ltd., London, (1989).  
 [10] J. STILLWELL, *Elements of algebra*. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York, (1994).

## MODALITÀ D'ESAME

|   |         |  |  |
|---|---------|--|--|
| - valutazione in itinere (“esoneri”)                                  |         | <input checked="" type="checkbox"/> SI | <input type="checkbox"/> NO            |
| - esame finale  | scritto | <input checked="" type="checkbox"/> SI | <input type="checkbox"/> NO            |
|   | orale   | <input checked="" type="checkbox"/> SI | <input type="checkbox"/> NO            |
| - altre prove di valutazione del profitto<br>(meglio descritte sotto) |         | <input type="checkbox"/> SI            | <input checked="" type="checkbox"/> NO |

Gli studenti sono incoraggiati a richiedere un colloquio orale a completamento dell'esame. Tuttavia coloro che lo desiderano, ne sono esonerati.