

# CP2 Calcolo delle Probabilità

A.A. 2005/2006

Prof. Fabio Martinelli

## Teoria rigorosa della probabilità

- 1. Processi di ramificazione** Introduzione, taglia della generazione  $n$ , probabilità di estinzione, convergenza (o meno) dei valori medi (capitolo 0 del testo di Williams)
- 2. Fondamenti**  $\Sigma$ -algebre, esempi, spazi di misura, estensione di una misura, sistemi  $\pi$ , teorema di Caratheodory (senza dimostrazione), misura di Lebesgue (capitolo 1 del testo di Williams).
- 3. Eventi e variabili casuali** Definizioni, la nozione di quasi certamente,  $\limsup$  e  $\liminf$  di eventi, funzioni misurabili e loro proprietà, funzioni di distribuzioni, rappresentazione di Skorokod,  $\sigma$ -algebre generate, primo lemma di Borel-Cantelli (capitoli 2 e 3 del testo di Williams).
- 4. Indipendenza** Definizione, il lemma dei sistemi- $\pi$ , il secondo lemma di Borel-Cantelli, la  $\sigma$ -algebra all'infinito, la legge 0 - 1 di Kolmogorov (capitolo 4 del testo di Williams).
- 5. Integrazione e valori di attesa** Integrale di Lebesgue: teorema della convergenza monotona, dominata, i lemmi di Fatou, funzioni integrabili, valori di attesa di variabili casuali, la disuguaglianza di Markov e di Jensen (senza dimostrazione) (vedi il capitolo 6 del testo di Williams).
- 6. Legge forte dei grandi numeri** Vedi il capitolo 7 del testo di Williams.
- 7. Misure prodotto** Spazi di probabilità prodotto e teorema di Fubini (capitolo 8 del testo di Williams).
- 8. Aspettazione condizionata** (capitolo 9 del testo di Williams).
- 9. Catene di Markov** Matrici stocastiche, catene di Markov con spazio degli stati finito, classificazione degli stati, teorema ergodico per catene irriducibili. (Argomenti scelti dal capitolo 1 del testo di Durrett).
- 10. Funzioni caratteristiche** Definizioni e proprietà. Teorema di inversione. Usi della funzione caratteristica. Appunti forniti a lezione).

**11. Convergenza debole** Definizione, equivalenza con la convergenza delle funzioni di distribuzioni. Teoremi di Helly–Bray. (capitolo 17 del testo di Williams).

**12. Il teorema del limite centrale** Il teorema di Levy. Il teorema del limite centrale (capitolo 18 del testo di Williams).

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] D. WILLIAMS, *Probability with martingales*. Cambridge Mathematical Textbooks, (1991).  
[2] GRIMMETT AND STIRZAKER, *Probability and Random Processes: problems and solutions*. Oxford Science Publications, (1992).

## BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [3] R. DURRETT, *Essentials of stochastic processes*. Springer text in Statistics, (1999).

## MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO