

CP2 Calcolo delle Probabilità

A.A. 2004/2005

Prof. Fabio Martinelli

Teoria rigorosa della probabilità

- 1. Processi di ramificazione** Introduzione, taglia della generazione n , probabilità di estinzione, convergenza (o meno) dei valori medi (capitolo 0 del testo di Williams)
- 2. Fondamenti** Σ -algebre, esempi, spazi di misura, estensione di una misura, sistemi π , teorema di Caratheodory (senza dimostrazione), misura di Lebesgue (capitolo 1 del testo di Williams).
- 3. Eventi e variabili casuali** Definizioni, la nozione di quasi certamente, \limsup e \liminf di eventi, funzioni misurabili e loro proprietà, funzioni di distribuzioni, rappresentazione di Skorokod, σ -algebre generate, primo lemma di Borel–Cantelli (capitoli 2 e 3 del testo di Williams).
- 4. Indipendenza** Definizione, il lemma dei sistemi- π , il secondo lemma di Borel–Cantelli, la σ -algebra all'infinito, la legge 0 – 1 di Kolmogorov (capitolo 4 del testo di Williams).
- 5. Integrazione e valori di attesa** Integrale di Lebesgue: teorema della convergenza monotona, dominata, i lemmi di Fatou, funzioni integrabili, valori di attesa di variabili casuali, la disuguaglianza di Markov e di Jensen (senza dimostrazione) (vedi il capitolo 6 del testo di Williams).
- 6. Legge forte dei grandi numeri** Vedi il capitolo 7 del testo di Williams.
- 7. Misure prodotto** Spazi di probabilità prodotto e teorema di Fubini (capitolo 8 del testo di Williams).
- 8. Aspettazione condizionata** (capitolo 9 del testo di Williams).
- 9. Catene di Markov** Matrici stocastiche, catene di Markov con spazio degli stati finito, teorema ergodico (lezioni di Sinai). Catene di Markov con spazio degli stati numerabile, classificazione degli stati, teorema ergodico per catene irriducibili, ricorrenti, aperiodiche (lezioni di Varadhan).
- 10. Funzioni caratteristiche** Definizioni e proprietà. Teorema di inversione. Usi della funzione caratteristica (capitolo 16 del testo di Williams).

11. Convergenza debole Definizione, equivalenza con la convergenza delle funzioni di distribuzioni. Teoremi di Helly–Bray. (capitolo 17 del testo di Williams).

12. Il teorema del limite centrale Il teorema di Levy. Il teorema del limite centrale (capitolo 18 del testo di Williams).

TESTI CONSIGLIATI

- [1] D.WILLIAMS, *Probability with martingales*. Cambridge Mathematical Textbooks, (1991).
 [2] GRIMMETT AND STIRZAKER, *Probability and Random Processes: problems and solutions*. Oxford Science Publications, (1992).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [3] S.R.S. VARADHAN, *Probability Theory*. American Mathematical Society, (2001).
 [4] SINAI, *Probability Theory: An Introductory Course*. Springer , (1991).
 [5] W.FELLER, *Introduction to probability theory and its application*. Wiley, (1957).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO

Ogni studente prende nota di alcune lezioni e le trascrive in un file Latex dettagliato con i risultati, dimostrazioni ed esercizi. Le note saranno valutate da 0 a 3 punti nel voto finale.