

AM2 Analisi 2^o Modulo

A.A. 2003/2004

Prof. Gianni Mancini

Funzioni di una variabile

1. Integrazione di funzioni di una variabile.

Somme di Riemann per funzioni non negative, integrabilità, integrale, una funzione é integrabile se e solo se é assolutamente integrabile. Linearità, monotonia dell'integrale. Le funzioni limitate a supporto compatto e con un numero finito di punti di discontinuitá sono integrabili. Integrale esteso ad un insieme, additivá. Teorema della media. Integrali orientati. Il Teorema Fondamentale del calcolo, la formula Torricelli-Newton. Integrazione per parti, cambio di variabile.

Formule iterative, la formula di Wallis. Formula di Taylor con il resto in forma integrale. Funzioni integrabili su intervalli illimitati. Condizione di Cauchy, Teorema del confronto, analisi asintotica. Integrabilità in senso generalizzato, integrali impropri. La funzione $\frac{\sin x}{x}$ é integrabile in senso improprio in $(0, +\infty)$, ma $\int_0^{\infty} \frac{|\sin x|}{x} dx = +\infty$. Calcolo di $\int_R e^{-x^2} dx$ mediante la formula di Wallis. Integrabilità per funzioni nonlimitate attorno ad un punto, integrabilità in senso improprio.

Integrali e serie, il caso di funzioni non negative, decrescenti su $(0, +\infty)$. Comportamento asintotico di somme parziali di serie divergenti (la costante di Eulero-Mascheroni, analisi asintotica di $n!$).

2. Successioni e serie di funzioni

Serie di potenze in campo reale, raggio di convergenza.

Successioni di funzioni: convergenza puntuale, uniforme. Il criterio di Cauchy. Continuitá e integrabilitá si conservano nel limite uniforme. Teorema di passaggio al limite sotto segno di integrale, l'ipotesi di equidominatezza. Derivazione termine a termine. Serie di funzioni, convergenza puntuale, uniforme, totale. Integrazione, derivazione termine a termine. La somma di una serie di potenze é C^∞ .

Sviluppabilitá in serie di potenze, serie di Taylor delle principali funzioni elementari. Funzioni analitiche, la somma di una serie di potenze é analitica.

Serie di potenze nel campo complesso, continuitá, derivabilitá della somma. Prodotto secondo Cauchy, proprietá di omomorfismo dell'esponenziale complesso, le formule di Eulero. Logaritmo e potenze nel campo complesso.

3. Funzioni di due variabili

Struttura algebrica, prodotto scalare, disuguaglianza di Cauchy-Schwartz. Norma e metrica in R^2 . Successioni convergenti. Insiemi aperti, chiusi, compatti; chiusura e frontiera di un insieme.

Limiti di funzioni, continuità; caratterizzazione mediante successioni. I teoremi di Weierstrass e di Heine-Cantor. Insiemi connessi per archi, teorema del valore intermedio.

Derivate parziali, derivate direzionali (non implicano la continuità). Funzioni lineari, differenziabilità, vettore gradiente. La differenziabilità implica parziale derivabilità (ma non viceversa), le funzioni C^1 sono differenziabili. Significato geometrico di differenziale, di gradiente, piano tangente. Il teorema del valor medio, funzioni a gradiente nullo. Cammini differenziabili, derivazione di una funzione lungo un cammino differenziabile.

Derivate successive, il teorema di Schwartz. Le equazioni di Cauchy-Riemann. La matrice Hessiana. Forme quadratiche associate a matrici simmetriche, forme definite, semidefinite, caratterizzazione variazionale degli autovalori; forme quadratiche e segno degli autovalori. La formula di Taylor al secondo ordine. Massimi e minimi liberi, condizioni necessarie/sufficienti.

Funzioni implicite e teorema del Dini, il principio dei moltiplicatori di Lagrange.

Integrali dipendenti da parametro, dipendenza continua, derivazione sotto segno di integrale. Convoluzione, nuclei regolarizzanti. Approssimazione uniforme di funzioni continue mediante polinomi. Applicazione al calcolo di $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$. La funzione Γ di Eulero, formula di Stirling.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] MARCELLINI P., C. SBORDONE, *Elementi di Analisi Matematica due*. Liguori, (2001).
- [2] L.CHIERCHIA, *Lezioni di Analisi Matematica 2*. Aracne, (1997).
- [3] ENRICO GIUSTI, *Analisi Matematica II*. Boringhieri, (1996).
- [4] ROBERT A.ADAMS, *Calcolo differenziale 1*. Casa Editrice Ambrosiana, (1991).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [5] SILOV, *Analisi Matematica*. Editori Riuniti, (1978).
- [6] MARSDEN-WEINSTEIN, *Calculus II*. Springer, (1991).
- [7] BRAMANTI-PAGANI-SALSA, *Matematica*. Zanichelli, (2000).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO