

FM3 Meccanica lagrangiana ed hamiltoniana

A.A. 2002/2003

Guido Gentile

1. Vincoli

Gradi di libertà e sistemi vincolati. Vincoli olonomi e anolonomi. Vincoli indipendenti e regolari. Superficie di vincolo. Traiettorie virtuali. Principio di d'Alembert. Vincoli di mobilità e vincoli anolonomi integrabili.

2. Meccanica lagrangiana

Sistemi lagrangiani. Equazioni di Eulero-Lagrange. Primo principio variazionale di Hamilton (principio di minima azione): equivalenza tra equazione di Newton ed equazioni di Eulero-Lagrange. Coordinate generalizzate e lagrangiana vincolata. Formalismo lagrangiano per sistemi vincolati: equivalenza tra equazione di Newton supplementata dal principio di d'Alembert ed equazioni di Eulero-Lagrange per sistemi vincolati.

3. Studio dei sistemi lagrangiani

Sistemi indipendenti dal tempo. Energia. Configurazioni d'equilibrio: studio della stabilità. Teorema di Dirichlet. Variabile cicliche e momenti conservati. Metodo di Routh e lagrangiana ridotta.

4. Simmetrie e costanti del moto

Gruppi a un parametro di diffeomorfismi. Trasformazioni di coordinate e loro sollevamenti. Campi vettoriali, derivazione associata a un campo vettoriale, momenti conservati e momenti coniugati. Gruppi di simmetrie a un parametro: teorema di Noether. Gruppi di simmetrie a più parametri: prodotto di Lie, commutazione di campi vettoriali, teorema di Frobenius (solo enunciato), teorema di Noether nel caso di gruppi di simmetrie a più parametri.

5. Teoria delle piccole oscillazioni

Linearizzazione. Lagrangiana quadratica. Piccole oscillazioni e oscillazioni proprie. Frequenze normali ed equazione caratteristica. Piccole oscillazioni per sistemi vincolati: rigidità, principio del minimax e applicazioni.

6. Meccanica hamiltoniana

Spazio delle fasi. Trasformate di Legendre. Equazioni di Hamilton. Secondo principio variazionale di Hamilton. Campo vettoriale hamiltoniano. Teorema di Liouville. Teorema del ritorno di Poincaré.

7. Trasformazioni canoniche

Trasformazioni di coordinate nello spazio delle fasi. Matrici simplettiche. Trasformazioni che conservano la struttura canonica. Trasformazioni canoniche e trasformazioni simplettiche. Trasformazioni indipendenti e dipendenti dal tempo. Parentesi di Poisson e loro proprietà: bilinearità, antisimmetria e identità di Jacobi. Parentesi di Poisson fondamentali e integrali primi. Caratterizzazione delle trasformazioni canoniche in termini delle parentesi di Poisson.

8. Funzioni generatrici

Funzioni generatrici indipendenti e dipendenti dal tempo. Funzioni generatrici di prima e seconda specie. Funzione generatrice dell'identità. Estensione di un cambiamento di coordinate a una trasformazione simplettica nello spazio delle fasi.

9. Metodo di Hamilton-Jacobi

Equazione di Hamilton-Jacobi. Integrale generale e integrale completo. Funzione principale di Hamilton. Funzione caratteristica di Hamilton. Sistemi unidimensionali e problemi di non località. Sistemi separabili.

10. Variabili azione-angolo

Variabili azione-angolo. Sistemi unidimensionali. Sistemi a più dimensioni: teorema di Liouville-Arnol'd (solo enunciato). Caso dei sistemi separabili. Sistemi completamente integrabili e cenni sui sistemi quasi-integrabili.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] G. GENTILE, *Introduzione ai sistemi dinamici. Equazioni differenziali ordinarie, analisi qualitativa e alcune applicazioni*. Disponibile in rete: <http://ipparco.roma1.infn.it>, (2002).
- [2] G. GENTILE, *Meccanica lagrangiana*. Dispense distribuite a lezione,
- [3] L. BENFATTO, R. RAIMONDI, E. SCOPPOLA, *Meccanica hamiltoniana*. Dispense distribuite a lezione,
- [4] G. DELL'ANTONIO, *Elementi di Meccanica*. Liguori Editore, (1996).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [5] V.I. ARNOL'D, *Metodi Matematici della Meccanica Classica*. Editori Riuniti, (1979).
- [6] G. GALLAVOTTI, *Meccanica Elementare*. Bollati-Boringhieri, (1980).
- [7] L.D. LANDAU & E.M. LIFSHITZ, *Meccanica*. Editori Riuniti, (1976).
- [8] A. FASANO & S. MARMI, *Meccanica analitica*. Bollati Boringhieri, (1994).
- [9] T. LEVI-CIVITA & U. AMALDI, *Lezioni di Meccanica Elementare*. Zanichelli, (1947).

MODALITÀ D'ESAME

| | | | |
|---|---------|--|--|
| - valutazione in itinere (“esoneri”) | | <input checked="" type="checkbox"/> SI | <input type="checkbox"/> NO |
| - esame finale | scritto | <input checked="" type="checkbox"/> SI | <input type="checkbox"/> NO |
| | orale | <input type="checkbox"/> SI | <input checked="" type="checkbox"/> NO |
| - altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto) | | <input checked="" type="checkbox"/> SI | <input type="checkbox"/> NO |

L'esame consiste in una prova scritta, comprendente anche domande di tipo teorico ed eventualmente sostituita da prove di valutazione parziale (“esoneri”) durante lo svolgimento del corso, e in un colloquio orale facoltativo.