

CP3 Argomenti scelti di probabilita'

A.A. 2001/2002

Elisabetta Scoppola

Argomenti di teoria dei processi stocastici

1. Martingale

Aspettazioni condizionate: teorema fondamentale e definizione, proprieta'. ([W] tutto il capitolo 9)

Martingale: filtrazioni, processi adattati, martingale, supermartingale e submartingale, giochi onesti, processi prevedibili, strategie di gioco, tempi di arresto, supermartingale arretrate, teorema di Doob, esempio del semplice random walk. ([W] tutto il cap.10, escluso 10.13)

Teorema di convergenza: lemma di Doob sugli upcrossing, teorema di convergenza di Doob e suo corollario. ([W] tutto il cap. 11)

Martingale limitate in L^2 : martingale in L^2 , ortogonalita' degli incrementi, somme di variabili indipendenti in L^2 a media nulla, una tecnica di simmetrizzazione, teorema delle tre serie di Kolmogorov, lemma di Cesaro, lemma di Kronecker, legge forte sotto ipotesi sulla varianza, lemma del troncamento di Kolmogorov, legge forte dei grandi numeri di Kolmogorov, decomposizione di Doob, il processo $\langle M \rangle$, convergenza di M e finitezza di $\langle M \rangle_\infty$, una legge forte banale per martingale in L^2 , estensione di Levy dei lemmi di Borel-Cantelli. ([W] tutto il capitolo 12)

Martingale uniformemente integrabili: teorema di Levy ("upward" e "downward"), dimostrazione della legge 0-1 di Kolmogorov con le martingale, disuguaglianza di Doob per submartingale, una conseguenza della disuguaglianza di Holder, disuguaglianza L^p di Doob, ([W] tutto il capitolo 14 esclusi i paragrafi: 14.5, 14.7, 14.8, 14.9, 14.12-18)

Applicazioni: formula discreta di Black-Scholes, un esempio di controllo stocastico ([W] cap 15 par: 15.1, 15.2, 15.3)

2. Grandi deviazioni

Grandi deviazioni per sequenze di variabili i.i.d.: teorema di Cramer, teorema di Sanov ([dH] tutto il cap. I e cap. II paragrafi II.1-4)

Teoria generale: il principio di grandi deviazioni ([dH] cap. III paragrafi III.1-4)

Grandi deviazioni per sequenze di Markov: la formula di Radon-Nikodym, il principio di grandi deviazioni per catene di Markov discrete ([dH] cap. IV escluso il paragrafo IV.4)

Grandi deviazioni per sequenze dipendenti: il teorema di Gartner-Ellis (senza dim.) ([dH] cap.V paragrafi V.1-2)

Applicazioni: test statistici, regime Freidlin e Wentzel e metastabilità ([dH] cap. VI, appunti distribuiti)

TESTI CONSIGLIATI

- [1] D. WILLIAMS, *Probability with martingales*. Cambridge Un.P., (2000).
[2] F. DEN HOLLANDER, *Large deviations*. Fields Institute Monographs, AMS, (2000).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO